

УДК 517.977

**НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ
МИНИМАКСНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ
ГУРСА-ДАРБУ****К.Б. МАНСИМОВ^{*,**}, Г.Ш. РАМАЗАНОВА^{**}******Бакинский Государственный Университет********Институт Систем Управления НАН Азербайджана******mansimov@front.ru***

Рассматривается задача оптимального управления, описываемая системой нелинейных гиперболических уравнений с краевыми условиями Гурса, а также многоточечным критерием качества типа максимум. Получены необходимые условия оптимальности типа принципа максимума Понтрягина.

Ключевые слова: Задача на минимум, система Гурса-Дарбу, принцип максимума, аналог уравнения Эйлера, аналог условия Лежандра-Клебша.

1. Введение. Создание математической теории оптимального управления системами с распределенными параметрами началась с изучения оптимизационных задач для управляемых систем Гурса-Дарбу.

Для задач оптимизации системы Гурса-Дарбу А.И. Егоровым были получены одним из первых в классе распределенных систем необходимые условия оптимальности типа принципа максимума (см. [1, 2]). Впоследствии вопросы вывода и исследования принципа максимума для задач оптимального управления системами Гурса-Дарбу рассматривались в работах [3-11] и др. (см. обзоры [7, 11-14]).

В последние годы большое внимание уделяется к исследованию задач оптимального управления негладкими системами (с недифференцируемыми краевыми частями уравнений связи или же функции качества по вектору состояния) (см. напр. [15-20]).

Обзор соответствующих работ имеется, например, в [15-20] и др.

В данной статье рассматривается одна задача оптимального управления для нелинейной управляемой системы Гурса-Дарбу с негладким многоточечным критерием качества.

Получены различные необходимые условия оптимальности первого порядка. Отдельно изучены частные случаи.

2. Постановка задачи. Пусть требуется минимизировать многоотечный функционал типа максимум

$$S(u) = \max_{y \in Y} \varphi(z(T_1, X_1, y), z(T_2, X_2, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y) \quad (2.1)$$

при ограничениях

$$u(t, x) \in U \subset R^r, \quad (t, x) \in D = [t_0, t_1] \times [x_0, x_1], \quad (2.2)$$

$$z_{t,x} = f(t, x, z, z_t, z_x, u, y), \quad (2.3)$$

$$z(t_0, x, y) = a(x, y), \quad x \in [x_0, x_1], \quad (2.4)$$

$$z(t, x_0, y) = b(t, y), \quad t \in [t_0, t_1],$$

$$a(x_0, y) = b(t_0, y).$$

Здесь $f(t, x, z, z_t, z_x, u, y)$ – заданная n -мерная вектор-функция, непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по (z, z_t, z_x) , $\varphi(z_1, z_2, \dots, z_k, y)$ – заданная непрерывно дифференцируемая по z_1, z_2, \dots, z_k в $R^{k-n} \times R^m$ скалярная функция, $y \in Y \subset R^m$ – параметр из некоторого ограниченного и замкнутого множества $Y \subset R^m$, $a(x, y)$, $b(t, y)$ – заданные непрерывные вектор-функции по совокупности переменных вместе с $a_x(x, y)$, $b_t(t, y)$, $f(t, x, z, z_t, z_x, u, y)$ – n -мерная вектор-функция, непрерывная в $R^1 \times R^1 \times R^n \times R^n \times R^n \times R^r \times R^m$ вместе с частными производными по $z, z_t, z_x, u = u(t, x)$ – r -мерная управляющая функция.

Следуя, например, [6, с. 1158] вектор-функцию $u(t, x)$ назовем допустимым управлением, если она удовлетворяет следующим условиям:

1) $u(t, x)$ непрерывна на D за исключением, может быть, конечного числа линий, где допускаются разрывы первого рода.

2) Каждая линия разрыва $u(t, x)$ кусочно-непрерывна и ее пересечение с любой прямой, параллельной сторонам прямоугольника D , состоит из конечного числа точек или отрезков.

При выполнении этих условий каждому допустимому управлению $u(t, x)$ соответствует непрерывное решение $z(t, x)$ системы (2.3)-(2.4) причем, производные $z_t(t, x)$, $z_x(t, x)$ могут иметь разрывы первого рода лишь на характеристиках уравнения (2.1), параллельных координатным осям.

3. Основные результаты. Считаем, что в задаче (2.1)-(2.4) существует управление $u(t, x)$, соответствующее семейству решений $\{z(t, x; y), y \in Y\}$ краевой задачи (2.2)-(2.4), доставляющее минимум функционалу (2.1).

Введем в рассмотрение множество максимумов [20]

$$Y_0 = \{y \in Y : \varphi(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)\} = \\ = \max_{\bar{y} \in Y} \varphi(z(T_1, X_1, \bar{y}), \dots, z(T_k, X_k, \bar{y}), \bar{y}).$$

Можно показать, что Y_0 есть ограниченное и замкнутое множество [18].

Пусть $(\theta, \xi) \in [t_0, t_1] \times [x_0, x_1]$, $(\theta, \xi) \neq (T_i, X_i)$, $i = \overline{1, k}$ произвольная точка непрерывности управления $u(t, x)$, а $\varepsilon > 0$ достаточно малое произвольное число.

Через

$$\bar{u}(t, x; \varepsilon) = u(t, x) + \Delta u(t, x; \varepsilon) = \begin{cases} v, & (t, x) \in D_\varepsilon = [\theta, \theta + \varepsilon] \times [\xi, \xi + \varepsilon], \\ u(t, x), & (t, x) \in D \setminus D_\varepsilon \end{cases} \quad (3.1)$$

определим возмущенное управление.

Вычислим специальное приращение функционала качества.

Через $\bar{z}(t, x; y, \varepsilon) = z(t, x; y) + \Delta z(t, x; y, \varepsilon)$ обозначим «возмущенный» вектор состояния $z(t, x; y)$.

Из (2.3)-(2.4) ясно, что $\Delta z(t, x; y, \varepsilon)$ является решением линеаризованной задачи

$$\Delta z_{t,x}(t, x, y; \varepsilon) = f_z(t, x, y) \Delta z(t, x, y; \varepsilon) + f_{z_t}(t, x, y) \Delta z_t(t, x, y; \varepsilon) + \\ + f_{z_x}(t, x, y) \Delta z_x(t, x, y; \varepsilon) + \Delta_{\bar{u}(t,x)} f(t, x, y) + \Delta_{\bar{u}(t,x)} f_z(t, x, y) \Delta z(t, x, y) + \\ + \Delta_{\bar{u}(t,x)} f_{z_t}(t, x, y) \Delta z_t(t, x, y) + \Delta_{\bar{u}(t,x)} f_{z_x}(t, x, y) \Delta z_x(t, x, y) + \quad (3.2)$$

$$+ o_1(\|\Delta z(t, x, y; \varepsilon)\| + \|\Delta z_t(t, x, y; \varepsilon)\| + \|\Delta z_x(t, x, y; \varepsilon)\|),$$

$$\Delta z(t_0, x, y; \varepsilon) = 0, \quad x \in [x_0, x_1],$$

$$\Delta z(t, x_0, y; \varepsilon) = 0, \quad t \in [t_0, t_1]. \quad (3.3)$$

Здесь и в дальнейшем используются обозначения типа

$$f_z(t, x, y) \equiv f_z(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), y),$$

$$f_{z_t}(t, x, y) \equiv f_{z_t}(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), y),$$

$$f_{z_x}(t, x, y) \equiv f_{z_x}(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), y),$$

$$\Delta_{\bar{u}(t,x)} f(t, x, y) \equiv f(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), \bar{u}(t, x), y) -$$

$$- f(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), y),$$

а величина $o_1(\cdot)$ определяется из разложения

$$f(t, x, \bar{z}(t, x, y), \bar{z}_t(t, x, y), \bar{z}_x(t, x, y), \bar{u}(t, x)) -$$

$$- f(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), \bar{u}(t, x)) =$$

$$= f_z(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), \bar{u}(t, x)) \Delta z(t, x, y) +$$

$$\begin{aligned}
& + f_{z_t}(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), \bar{u}(t, x)) \Delta z_t(t, x, y) + \\
& + f_{z_x}(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), \bar{u}(t, x)) \Delta z_x(t, x, y) + \\
& + o_1(\|\Delta z(t, x, y)\| + \|\Delta z_t(t, x, y)\| + \|\Delta z_x(t, x, y)\|).
\end{aligned}$$

Из оценок, установленных в работах, например, [4-7] и др. следует, что

$$\begin{aligned}
\|\Delta z(t, x, y; \varepsilon)\| & \leq \begin{cases} 0, & (t, x) \in D_1, \\ L\varepsilon^2, & (t, x) \in D_\varepsilon \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4, \end{cases} \\
\|\Delta z_t(t, x, y; \varepsilon)\| & \leq \begin{cases} 0, & (t, x) \in D_1, \\ L\varepsilon, & (t, x) \in D_\varepsilon \cup D_2 \cup D_4, \\ L\varepsilon^2, & (t, x) \in D_3, \end{cases} \\
\|\Delta z_x(t, x, y; \varepsilon)\| & \leq \begin{cases} 0, & (t, x) \in D_1, \\ L\varepsilon, & (t, x) \in D_\varepsilon \cup D_2 \cup D_4, \\ L\varepsilon^2, & (t, x) \in D_3, \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

где $D_\varepsilon, D_1, D_2, D_3, D_4$ – подмножества прямоугольника D изображенные на рисунке 1.

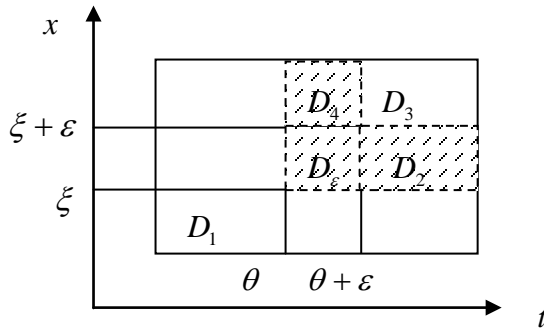


Рис. 1.

Используя оценки (3.4), на основе формулы об интегральном представлении решений линейных гиперболических уравнений с нулевыми краевыми условиями, (см. напр. [13, с. 71; 21, с. 118]) представления решения краевой задачи (3.2)-(3.3) записывается в виде:

$$\Delta z(t, x, y; \varepsilon) = \int_{t_0}^t \int_{x_0}^x R(t, x; \tau, s, y) \Delta_{\bar{u}_\varepsilon(\tau, s)} f(\tau, s, y) ds d\tau + o(\varepsilon; t, x).$$

Отсюда по теореме о среднем следует, что

$$\Delta z(T_i, X_i, y; \varepsilon) = \varepsilon^2 R(T_i, X_i; \theta, \xi, y) \alpha_i(\theta, \xi) \Delta_v f(\theta, \xi, y) + o(\varepsilon^2). \tag{3.5}$$

Здесь $\alpha_i(t, x)$ – характеристическая функция области $[t_0, T_i] \times [x_0, X_i]$,

а $R(t, x; \tau, s, y)$ – $(n \times n)$ матричная функция Римана, линейризованной системы, являющаяся решением двумерного интегрального уравнения Вольтерра с одномерными слагаемыми [21, 10].

$$R(t, x; \tau, s, y) = E + \int_{\tau}^t \int_s^x R(t, x; \alpha, \beta, y) f_z(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \\ + \int_{\tau}^t R(t, x; \alpha, s, y) f_{z_s}(\alpha, s) d\alpha + \int_s^x R(t, x; \tau, \beta, y) f_{z_\tau}(\tau, \beta) d\beta. \quad (3.6)$$

Тогда используя свойства функций типа максимума, (см. напр. [20, 22]) при помощи (3.5) специальное приращение критерия качества представляется в виде

$$\Delta_\varepsilon S(u) = S(u + \Delta u_\varepsilon) - S(u) = \\ = \varepsilon^2 \max_{y \in Y_0} \sum_{i=1}^k \alpha_i(\theta, \xi) \frac{\partial \varphi'(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)}{\partial z_i} R(T_i, X_i; \theta, \xi, y) \times \\ \times \Delta_v f(\theta, \xi, y) + o(\varepsilon^2). \quad (3.7)$$

Полагая

$$\delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y) = \\ = \sum_{i=1}^k \alpha_i(\theta, \xi) \frac{\partial \varphi'(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)}{\partial z_i} R(T_i, X_i; \theta, \xi, y) \Delta_v f(\theta, \xi, y), \quad (3.8)$$

специальное разложение (3.7) записывается в виде

$$\Delta_\varepsilon S(u) = \varepsilon^2 \max_{y \in Y_0} \delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y) + o(\varepsilon^2).$$

Через K обозначим множество непрерывных функций $g(y)$, отрицательных на Y_0 : $K = \{g(y): g(y) < 0, y \in Y_0\}$.

Из условий гладкости, наложенные на данные задачи (2.1)-(2.4), функция $\delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y)$ непрерывна по y . Кроме того, она не принадлежит множеству K . Поскольку в противном случае, не выполнялось бы условие оптимальности $\Delta_\varepsilon S(u) \geq 0$, при достаточно малых $\varepsilon > 0$.

Ясно, что множество K выпукло. Поскольку $\delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y)$ не принадлежит K , то по теореме об отделимости выпуклых множеств найдется линейный непрерывный функционал $L \in C^*(Y_0)$ такой, что

$$L(\delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y)) \geq L(g(y)) \quad (3.9)$$

выполнялось для всех $g(y) \in K$.

Можно показать, что (см. [18, с. 1385]) $L \geq 0$. Далее, используя теорему об общем виде линейного функционала, (см. напр. [23, с. 436]), из неравенства (3.9), получаем, что существует некоторая мера $\mu(y)$, сосредоточенная на множестве Y_0 , что

$$L(\delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y)) = \int_{Y_0} \delta^1 S(u; \theta, \xi, v, y) d(\mu(y)) \geq 0. \quad (3.10)$$

Из соотношения $L \geq 0$ следует, что $\mu(y) \geq 0$.

Положим

$$\begin{aligned} & \psi(\theta, \xi, y) = \\ & = - \sum_{i=1}^k R'(T_i, X_i; \theta, \xi, y) \frac{\partial \varphi(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)}{\partial y} \alpha_i(\theta, \xi), \quad (3.11) \\ & H(\theta, \xi, z, z_\theta, z_\xi, u, \psi) = \psi' f(\theta, \xi, z, z_\theta, z_\xi, u, y). \end{aligned}$$

Тогда соотношение (3.10) записывается в виде

$$\begin{aligned} & \int_{Y_0} H(\theta, \xi, z(\theta, \xi, y), z_\theta(\theta, \xi, y), z_\xi(\theta, \xi, y), u(\theta, \xi), \psi(\theta, \xi, y), y) d\mu(y) = \\ & = \max_{v \in U} \int_{Y_0} H(\theta, \xi, z(\theta, \xi, y), z_\theta(\theta, \xi, y), z_\xi(\theta, \xi, y), v, \psi(\theta, \xi, y), y) d\mu(y). \quad (3.12) \end{aligned}$$

Здесь $\mu(y)$ – некоторая неотрицательная мера сосредоточенная на множестве Y_0 . Далее, используя (3.6) показывается, что вектор-функция $\psi(\theta, \xi, y)$, определенная формулой (3.11), является решением задачи

$$\begin{aligned} & \psi(\theta, \xi, y) = - \sum_{i=1}^k \alpha_i(\theta, \xi) \frac{\partial \varphi'(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)}{\partial z_i} + \\ & + \int_{\theta}^{\xi} \int_{\xi}^{x_1} H_z(\tau, s, z(\tau, s, y), z_\tau(\tau, s, y), z_s(\tau, s, y), u(\tau, s), \psi(\tau, s, y), y) d\tau ds + \quad (3.13) \\ & + \int_{\theta}^{\xi} H_{z_s}(\tau, \xi, z(\tau, \xi, y), z_\tau(\tau, \xi, y), z_s(\tau, \xi, y), u(\tau, \xi), \psi(\tau, \xi, y), y) d\tau + \\ & + \int_{\xi}^{x_1} H_{z_\tau}(\theta, s, z(\theta, s, y), z_\tau(\theta, s, y), z_s(\theta, s, y), u(\theta, s), \psi(\theta, s, y), y) ds. \end{aligned}$$

Сформулируем полученный результат.

Теорема 3.1. Для оптимальности допустимого управления $u(t, x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы условие (3.12) выполнялось при всех $(\theta, \xi) \in [t_0, t_1] \times [x_0, x_1]$.

Теорема 3.1 является достаточно общим необходимым условием оптимальности первого порядка.

Замечание 3.1. Заметим, что $\mu(y)$ зависит, вообще говоря, от θ, ξ, v . Но, как отмечено в [18, с. 1386], с помощью многоточечной игольчатой вариации можно показать, что $\mu(y)$ можно выбирать не зависящей от θ, ξ, v .

Теперь предположим, что вектор-функция $f(t, x, z, z_t, z_x, u, y)$ не-

прерывно дифференцируема также по вектору управления u , а множество U выпуклое.

Тогда при помощи теоремы 3.1 доказываем

Теорема 3.2. При сделанных предположениях для оптимальности допустимого управления $u(t, x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы условие

$$\begin{aligned} & \int_{Y_0} \frac{\partial H'(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), \psi(t, x, y), y)}{\partial u} u(t, x) d\mu(y) = \\ & = \max_{v \in U} \int_{Y_0} \frac{\partial H'(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), v, \psi(t, x, y), y)}{\partial u} v d\mu(y) \end{aligned} \quad (3.14)$$

выполнялось для всех $(\theta, \xi) \in [t_0, t_1] \times [x_0, x_1]$, где $\mu(y)$ – некоторая неотрицательная мера, сосредоточенная на множестве Y_0 , $\psi(t, x, y)$ – решение сопряженной системы (3.13).

Наконец рассмотрим случай открытой области управления.

Теорема 3.3. Если множество U открытое, то для оптимальности допустимого управления $u(t, x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы выполнялось тождество

$$\int_{Y_0} \frac{\partial H(t, x, z(t, x, y), z_t(t, x, y), z_x(t, x, y), u(t, x), \psi(t, x, y), y)}{\partial u} d\mu(y) = 0. \quad (3.15)$$

Соотношение (3.15) есть аналог уравнения Эйлера в рассматриваемой задаче.

Следствие 3.1. Если правая часть системы уравнений не зависит от y , то для оптимальности допустимого управления $u(t, x)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы вдоль процесса $(u(t, x), z(t, x))$ для почти всех $(t, x) \in D$ выполнялся аналог уравнения Эйлера

$$\frac{\partial H(t, x, z(t, x), z_t(t, x), z_x(t, x), u(t, x), \psi(t, x))}{\partial u} = 0, \quad (3.16)$$

где $\psi(t, x)$ является решением сопряженной системы

$$\begin{aligned} \psi(t, x) = & \int_t^{t_1} \int_x^{x_1} \frac{\partial H(\tau, s, z(\tau, s), z_\tau(\tau, s), z_s(\tau, s), u(\tau, s), \psi(\tau, s))}{\partial z} d\tau ds + \\ & + \int_t^{t_1} \frac{\partial H(\tau, x, z(\tau, x), z_\tau(\tau, x), z_s(\tau, x), u(\tau, x), \psi(\tau, x))}{\partial z_x} d\tau + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_x^{x_1} \frac{\partial H(t, s, z(t, s), z_t(t, s), z_s(t, s), u(t, s), \psi(t, s))}{\partial z_t} ds - \\
& - \int_{Y_0} \alpha_i(t, x) \frac{\partial \varphi_i(z(T_1, X_1, y), \dots, z(T_k, X_k, y), y)}{\partial a_i} d\mu(y).
\end{aligned}$$

Следствие 3.2. Оптимальное управление в задаче (2.1)-(2.4) с открытой областью U удовлетворяет при почти всех $(t, x) \in D$ неравенству

$$\int_{Y_0} w' \frac{\partial^2 H(t, x, z(t, x), z_t(t, x), z_x(t, x), u(t, x), \psi(t, x), y)}{\partial u^2} w d\mu(y) \leq 0 \quad (3.17)$$

для всех $w \in R^r$.

Неравенство (3.16) есть аналог уравнения Эйлера, а (3.17) есть аналог условия Лежандра-Клебша.

ЛИТЕРАТУРА

1. Егоров А.И. Об оптимальном управлении процессами в некоторых системах с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1964, № 5, с. 613-623.
2. Егоров А.И. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи теории инвариантности // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1965, т. 29, № 6, с. 1205-1260.
3. Ахмедов К.Т., Ахиев С.С. Необходимые условия оптимальности для некоторых задач теории оптимального управления // Докл. АН Азерб. ССР. 1972, т. 28, № 5, с. 12-16.
4. Плотников В.И., Сумин В.И. Оптимизация объектов с распределенными параметрами, описываемых системами Гурса-Дарбу // Журн. Вычисл. матем. и мат. физики. 1972, № 1, с. 61-67.
5. Срочко В.А. Условия оптимальности типа принципа максимума в системах Гурса-Дарбу // Сиб. матем. журн. 1984, № 2, с. 56-65.
6. Ащепков Л.Т., Васильев О.В. Об оптимальности особых управлений в системах Гурса-Дарбу // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1975, т. 15, № 5, с. 1157-1167.
7. Васильев О.В., Срочко В.А., Терлецкий В.А. Методы оптимизации и их приложения. Часть 2. Новосибирск: Наука, 1990, 151 с.
8. Васильев О.В. Об одном алгоритме оптимизации в системах Гурса-Дарбу // Проблемы оптимального управления. Минск, 1991, с. 264-277.
9. Гасанов К.К. Принцип максимума для процессов с распределенными параметрами и запаздывающими аргументами // Дифференц. уравнения. 1973, № 4, с. 743-746.
10. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности особых процессов в задачах оптимального управления // Автореф. дисс. на соиск. уч. степени д-ра физ.-мат. наук. Баку, 43 с.
11. Сумин В.И. Функциональные Вольтерровы уравнения в теории оптимального управления распределенными системами. Часть 1. Вольтерровы уравнения и управляемые начально-краевые задачи. Нижний Новгород: ННГУ, 1992, 110 с.
12. Меликов Т.К. Особые в классическом смысле управления в системах Гурса-Дарбу // Баку: Элм, 2003, 96 с.
13. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку: Элм, 2010, 360 с.
14. Срочко В.А. Вариационный принцип максимума и методы линеаризации в задачах оптимального управления. Иркутск: ИГУ, 1989, 160 с.

15. Демьянов В.Ф., Виноградова Т.К., Никулина В.Н. и др. Негладкие задачи теории оптимизации и управления. Л.: Ленингр. ун-т, 1982, 324 с.
16. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М.: Наука. 1990, 432 с.
17. Demyanov V.F., Nikulina V.N., Shablinskaya I.R. Quasidifferentiable Problems in Optimal Control // Intern. Institute for Applied Systems Analysis. A-2361. Luxenburg. Austria. 12 p.
18. Альсевич В.В. Необходимые условия оптимальности для минимаксных задач оптимизации // Дифференц. уравнения. 1976, № 8, с. 1384-1391.
19. Демьянов В.Ф., Никулина В.Н., Шаблинская И.Р. Задача оптимального управления с негладкими дифференциальными связями // Дифференц. уравнения. 1985, №8, с.1324-1330.
20. Демьянов В.Ф. Минимакс: Дифференцируемость по направлениям. Л.: Ленинградск. ун-т, 1974.
21. Ахиев С.С., Ахмедов К.Т. Об интегральном представлении решений некоторых систем дифференциальных уравнений // Изв. АН Азерб. ССР. Сер.физ.-техн.и матем. наук. 1973, № 2, с. 116-120.
22. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. М.: Наука, 1972, 368 с.
23. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория. М.: ИЛ., 1962, 681 с.

QURSA-DARBU SİSTEMLƏRİ İLƏ BİR MİNİMAKS İDARƏ MƏSƏLƏSİNDƏ OPTİMALLIQ ÜÇÜN ZƏRURİ ŞƏRTLƏR

K.B.MƏNSİMOV, G.Ş.RAMAZANOVA

XÜLASƏ

Maksimum tipli çoxnöqtəli funksional və qeyri-xətti hiperbolik tip tənliklər sistemi və Qursa sərhəd şərtləri ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Optimallıq üçün maksimum prinsip tipli zəruri şərt alınmışdır.

Açar sözlər: minimaks məsələsi, Qursa-Darbu sistemi, maksimum prinsipi, Eylər tənliyinin analoqu, Lejandr-Klebş şərtinin analoqu.

NECESSARY OPTIMALITY CONDITIONS FOR THE MINIMAX CONTROL PROBLEMS DESCRIBED BY GOURSAT-DARBOUX SYSTEM

K.B.MANSİMOV, G.Sh.RAMAZANOVA

SUMMARY

The paper considers an optimal control problem described by many-point maximum type functional and nonlinear hyperbolic type system equations by Goursat conditions. Maximum principle type necessary optimality conditions are obtained.

Key words: minimax problem, Goursat-Darboux system, maximum principle, analogues of Euler equations, analogues of Lejandr-Klebsh conditions

Поступила в редакцию: 05.05.2015 г.

Подписано к печати: 18.06.2015 г.